

Садовникова Наталья Алексеевна

доктор экономических наук, профессор,  
заведующая кафедрой отраслевой  
и бизнес-статистики  
Российского экономического университета  
имени Г.В. Плеханова

Sadovnikova Natalia Alekseyevna

D.Phil. in Economics, Professor,  
Head of Industrial and Business  
Statistics Department,  
Plekhanov Russian University of Economics

Богданов Евгений Александрович

руководитель проектов  
программы информационной безопасности  
ООО «Эйч-эс-би-си Банк (РР)»

Bogdanov Evgeny Aleksandrovich

Project Manager of  
Information Security Programme,  
“HSBC Bank” LLC

## ФОРМИРОВАНИЕ ДИВЕРСИФИЦИРОВАННОГО ПОРТФЕЛЯ АКЦИЙ И ПРОГНОЗ ИНДЕКСА MICEXBMI

## FORMATION OF A DIVERSIFIED PORTFOLIO OF STOCKS AND THE FORECAST OF MICEXBMI INDEX

### Аннотация:

В работе проанализированы отраслевые индексы Московской биржи. Произведена оценка статистической зависимости между ними. Построена оптимизационная модель и получен оптимальный набор индексов. Рассмотрен индекс MICEXBMI. Протестированы трендовые модели для его прогноза. Предложены гармоника Фурье и прогноз индекса MICEXBMI на ее основе. Модель протестирована на статистическую значимость, нормальность распределения остатков, гетероскедастичность, наличие структурных разломов и автокорреляции.

### Ключевые слова:

гармоника Фурье, индекс, коэффициент корреляции, модель, прогноз, статистическая значимость.

### Summary:

The article analyses the sectoral indices of the Moscow Stock Exchange. The statistical correlation between them is assessed. The authors have developed an optimization model and obtained the optimal set of sectoral indices. The MICEXBMI index is reviewed. The trend models of its forecasting have been tested. The authors suggest the Fourier harmonic analysis and the MICEXBMI index forecast on its basis. The model has been checked for statistical significance, normality of surplus distribution, heteroscedasticity, presence of structural faults and autocorrelation.

### Keywords:

Fourier harmonic analysis, index, correlation coefficient, model, forecast, statistical significance.

Приверженность разным теориям рынка, выбор того или иного стиля инвестирования и использование разных стратегий определяют подход к созданию портфеля ценных бумаг [1, с. 603]. В данной статье формирование оптимального портфеля акций на российском фондовом рынке основано на принципах модели оценки капитальных активов. В качестве стиля выбрано инвестирование в рост для краткосрочного периода в 2–3 месяца и последующий пересмотр портфеля. Расчеты доходности и риска акций базируются на исторических данных за 3 месяца 2015 г.

В целях формирования диверсифицированного портфеля целесообразно включать в него акции разных видов экономической деятельности [2, с. 47]. На Московской бирже (MOEX) используются индексы, названия и коды которых приведены в таблице 1 [3]. Наряду с основными индексами применяются отраслевые (таблица 2).

**Таблица 1 – Основные индексы акций**

| Индекс                 | Код          |
|------------------------|--------------|
| Индекс ММВБ            | MICEXINDEXCF |
| Индекс РТС             | RTSI         |
| Индекс голубых фишек   | RTSSTD       |
| Индекс второго эшелона | MICEXSC      |
|                        | RTS2         |
| Индекс широкого рынка  | MICEXBMI     |
|                        | RUBMI        |

**Таблица 2 – Основные отраслевые индексы акций**

| Индекс            | Код      | Обозначение |
|-------------------|----------|-------------|
| Нефти и газа      | MICEXO&G | X1          |
| Электроэнергетики | MICEXPWR | X2          |
| Телекоммуникаций  | MICEXTLC | X3          |

## Продолжение таблицы 2

|                                    |          |    |
|------------------------------------|----------|----|
| Металлов и добычи                  | MICEXM&M | X4 |
| Машиностроения                     | MICEXMNF | X5 |
| Банков и финансов                  | MICEXFNL | X6 |
| Потребительских товаров и торговли | MICEXCGS | X7 |
| Химического производства           | MICEXCHM | X8 |
| Транспорта                         | MICEXTRN | X9 |

Степень тесноты и направления связи между акциями разных видов экономической деятельности оценивалась на основе расчета и анализа парных коэффициентов корреляции Пирсона ( $r_{xy}$ ), величина которых отражает тесноту связи (таблица 3). Знак коэффициента корреляции показывает направление связи: положительный – прямую зависимость, отрицательный – обратную.

**Таблица 3 – Характеристика связи на основе коэффициента корреляции**

| Значение коэффициента связи | Характеристика связи    |
|-----------------------------|-------------------------|
| До $ \pm 0,3 $              | Практически отсутствует |
| $ \pm 0,3  -  \pm 0,5 $     | Слабая                  |
| $ \pm 0,5  -  \pm 0,7 $     | Умеренная               |
| $ \pm 0,7  -  \pm 1,0 $     | Сильная                 |

Для анализа использованы ежедневные данные по каждому из отраслевых индексов за период с 6 января 2014 г. по 31 марта 2015 г. Результаты вычислений приведены в таблице 4.

**Таблица 4 – Матрица парных коэффициентов корреляции между акциями из разных видов экономической деятельности**

| X1 | X2    | X3    | X4    | X5     | X6     | X7     | X8     | X9     | Коэффициент |
|----|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------|
| 1  | 0,331 | 0,090 | 0,416 | -0,115 | 0,549  | 0,418  | 0,250  | -0,284 | X1          |
|    | 1     | 0,219 | 0,961 | -0,442 | 0,935  | -0,292 | -0,481 | -0,556 | X2          |
|    |       | 1     | 0,056 | 0,618  | 0,287  | -0,580 | 0,483  | 0,525  | X3          |
|    |       |       | 1     | -0,598 | 0,928  | -0,373 | -0,537 | -0,691 | X4          |
|    |       |       |       | 1      | -0,365 | 0,770  | 0,784  | 0,940  | X5          |
|    |       |       |       |        | 1      | -0,082 | -0,243 | -0,485 | X6          |
|    |       |       |       |        |        | 1      | 0,869  | 0,635  | X7          |
|    |       |       |       |        |        |        | 1      | 0,744  | X8          |
|    |       |       |       |        |        |        |        | 1      | X9          |

Очевидно, что акции разных видов экономической деятельности по-разному связаны. Например, практически отсутствует связь между отраслями «Металлы и добыча» (MICEXM&M) и «Банки и финансы» (MICEXFNL):  $r_{MICEXM\&M/MICEXFNL} = 0,056$ . Сильная прямая зависимость наблюдается между отраслями «Металлы и добыча» (MICEXM&M) и «Химическое производство» (MICEXCHM), парный коэффициент корреляции которых составил 0,961, и умеренная обратная связь – между отраслями «Металлы и добыча» (MICEXM&M) и «Транспорт» (MICEXTRN):  $r_{MICEXM\&M/MICEXTRN} = 0,691$ .

Для формирования сбалансированного диверсифицированного портфеля акций необходимо включить в его состав акции тех видов экономической деятельности, характер связи которых статистически значим. Для этого поставлена задача: на основе матрицы парных коэффициентов корреляции (см. таблицу 4) определить, индексы каких видов экономической деятельности сформируют состав портфеля [4, с. 111].

Для вычисления индекса вхождения в портфель введены бинарные переменные  $w_1 \dots w_9$  (0; 1), которые соответствуют переменным MICEXCGS, MICEXCHM, MICEXFNL, MICEXM&M, MICEXMNF, MICEXO&G, MICEXPWR, MICEXTLC, MICEXTRN. Значение  $w_1 \dots w_9$ , равное 1, определяет вхождение элемента в портфель, 0 – его отсутствие в портфеле.

Вспомогательная матрица вычисляется умножением каждого элемента исходной матрицы на соответствующие  $w_1 \dots w_9$ , находящиеся на пересечении строк и столбцов. Таким образом, если оба элемента из MICEXCGS, MICEXCHM, MICEXFNL, MICEXM&M, MICEXMNF, MICEXO&G, MICEXPWR, MICEXTLC, MICEXTRN входят в состав портфеля, то их  $w_1 \dots w_9$  равны 1 и парный коэффициент корреляции включается в матрицу. Следовательно, если одна из переменных  $w_1 \dots w_9$  равна 0, то коэффициент не включается.

Целевая функция представляет собой сумму включенных парных коэффициентов по строкам и столбцам. Необходимо отметить, что подобное сложение применяется исключительно для оптимизации, поскольку помогает определить оптимальный набор разнонаправленных пар.

Кроме того, результат вычисления целевой функции не несет никакой смысловой нагрузки, так как сложение парных коэффициентов корреляции недопустимо.

Для расчета тесноты связи между выбранными индексами используется множественный коэффициент корреляции. Для оптимизации модели целевая функция минимизируется, то есть находится та комбинация индексов, парные коэффициенты корреляции которых или разнонаправленны, или имеют слабую тесноту связи.

В качестве изменяемых параметров заданы бинарные переменные  $w_1 \dots w_9$ . Бинарные ограничения на  $w_1 \dots w_9$  позволяют принимать только значения 0 и 1. Дополнительно важным ограничением является сумма  $w_1 \dots w_9$ , большая или равная 5. Это ограничение введено в целях диверсификации как необходимость включения минимум 5 разных отраслевых индексов. Иначе оптимизатор не включит ни одного индекса, а целевая функция будет равна 0.

Результаты расчетов приведены в таблице 5. В оптимальный состав портфеля вошли следующие отраслевые индексы: MICEXCGS («Потребительские товары и торговля»); MICEXCHM («Химическое производство»); MICEXM&M («Металлы и добыча»); MICEXMNF («Машиностроение»); MICEXTRN («Транспорт»).

**Таблица 5 – Оптимизированная модель**

| Коэффициент | $W_1$ | $W_2$ | $W_3$ | $W_4$ | $W_5$  | $W_6$ | $W_7$ | $W_8$ | $W_9$  |        | $b$ |
|-------------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|--------|-----|
| $W_1$       |       | 0,331 | 0     | 0,416 | -0,115 | 0     | 0     | 0     | -0,284 | 0,348  | 1   |
| $W_2$       |       |       | 0     | 0,961 | -0,442 | 0     | 0     | 0     | -0,556 | -0,038 | 1   |
| $W_3$       |       |       |       | 0     | 0      | 0     | 0     | 0     | 0      | 0      | 0   |
| $W_4$       |       |       |       |       | -0,598 | 0     | 0     | 0     | -0,691 | -1,289 | 1   |
| $W_5$       |       |       |       |       |        | 0     | 0     | 0     | 0,940  | 0,940  | 1   |
| $W_6$       |       |       |       |       |        |       | 0     | 0     | 0      | 0      | 0   |
| $W_7$       |       |       |       |       |        |       |       | 0     | 0      | 0      | 0   |
| $W_8$       |       |       |       |       |        |       |       |       | 0      | 0      | 0   |
| $W_9$       |       |       |       |       |        |       |       |       |        | 0      | 1   |
|             |       |       |       |       |        |       |       |       |        | -0,040 | -   |
| $b$         | 1     | 1     | 0     | 1     | 1      | 0     | 0     | 0     | 1      | -      | 5   |

Множественный коэффициент корреляции определен по формуле

$$r_{y,12-m} = \sqrt{r_{y_1} b_1^2 + r_{y_2} b_2^2 + \dots + r_{y_m} b_m^2}$$

где  $r_y$  – парный коэффициент корреляции,  $b_i$  – коэффициент регрессии в стандартизированном масштабе.

Рассчитанный множественный коэффициент корреляции для портфеля, состоящего из всех 9 отраслевых индексов, составил 0,911; из 5 отраслевых индексов, отобранных с помощью оптимизационной модели, – 0,717, что показывает менее тесную связь, но все же сильную. Результат может быть использован для отбора акций из соответствующих видов экономической деятельности.

При формировании портфеля акций рассмотрена рыночная модель CAPM, согласно которой ожидаемая доходность ценной бумаги связана с коэффициентом бета, отражающим зависимость доходности акции от доходности рыночного индекса.

Для определения доходности рынка рассмотрим индекс MICEXBMI, по которому и построим прогноз доходности и риска рынка. Данный индекс представляет собой ценовые, взвешенные по рыночной капитализации композитные индексы российского фондового рынка, включающие 50 наиболее ликвидных акций крупнейших и динамично развивающихся российских эмитентов. Ввиду сложности природы рыночного индекса применение тривиальных методов прогнозирования не дает корректных результатов [5, с. 64]. Поэтому часто для расчета ожидаемой доходности используют математическое ожидание на основе исторических данных, предполагая аналогичную доходность в будущем. Для анализа рассмотрен временной ряд данных о ежедневной цене закрытия индекса MICEXBMI за период с 12 марта по 25 августа 2015 г.

Модель строилась методом изучения известных типов трендов по мере усложнения уравнения. Графический анализ временного ряда, а также экономическая природа индекса MICEXBMI показали высокую интенсивность колебаний ряда и периодичность. Следовательно, целесообразно исследовать периодические колебания методами спектрального анализа. С этой целью возможно использование гармоник Фурье [6, с. 81].

В результате исследования тенденции сглаженного ряда индекса MICEXBMI получена модель гармоник Фурье шестого порядка:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_2 \cos 2t + b_3 \sin 3t + b_4 \sin 4t + a_5 \cos 5t + a_6 \cos 6t;$$

$$\bar{y}_t = 1169.36 - 14.66 \cos 2t - 4.70 \sin 3t - 14.16 \sin 4t - 8.12 \cos 5t - 2.82 \cos 6t.$$

Коэффициенты модели  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $b_4$ ,  $a_5$  статистически значимы на уровне 0,001 %;  $a_6$  – на уровне 0,050 %. Расчетная величина F-критерия Фишера – Снедекора  $F(5,109) = 93,271$  больше

табличного значения. Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,814$  показал высокую объяснительную силу модели. На это же указывает низкое значение остатков  $RSS = 7748,58$ . Стандартная ошибка регрессии составила  $S_e = 8,43$ . Математическое ожидание  $\mu = 1169,13$ , стандартное отклонение  $\sigma = 18,94$  [7, с. 187]. Коэффициент изменчивости остатков составил  $V = S_e/M = 0,007$ , что является допустимой погрешностью для модели, используемой для прогнозирования [8, с. 210].

Также проведен ряд тестов, которые показали нормальность распределения остатков, отсутствие гетероскедастичности (тест Уайта), структурных разломов в тенденции (тест Чоу). Тест Дарбина – Уотсона ( $DW = 0,23$ ) подтвердил автокорреляцию во временном ряду [9, с. 84].

Таким образом, модель гармоника Фурье использована для прогнозирования индекса MICEXVMI. С учетом длины временного ряда (115 наблюдений) прогнозный период составил 10 уровней на период с 7 по 20 октября 2015 г. (таблица 6). Стандартная ошибка прогноза варьируется в пределах 8,696–9,316 %, что можно считать удовлетворительной погрешностью.

**Таблица 6 – Прогноз индекса MICEXVMI**

| Октябрь 2015 г. | Значение |         |         | Стандартная ошибка |
|-----------------|----------|---------|---------|--------------------|
|                 | Прогноз  | min     | max     |                    |
| 7               | 1188,95  | 1170,50 | 1207,40 | 9,309              |
| 8               | 1187,97  | 1169,51 | 1206,43 | 9,316              |
| 9               | 1186,20  | 1167,81 | 1204,31 | 9,279              |
| 10              | 1183,70  | 1165,45 | 1201,95 | 9,208              |
| 11              | 1180,55  | 1162,49 | 1198,60 | 9,111              |
| 12              | 1176,84  | 1158,99 | 1194,68 | 9,004              |
| 13              | 1172,70  | 1155,06 | 1190,34 | 8,899              |
| 14              | 1168,28  | 1150,81 | 1185,74 | 8,811              |
| 15              | 1163,71  | 1146,38 | 1181,04 | 8,744              |
| 16              | 1159,15  | 1141,90 | 1176,40 | 8,704              |
| 17              | 1154,74  | 1137,53 | 1171,96 | 8,687              |
| 18              | 1150,63  | 1133,41 | 1167,85 | 8,687              |
| 19              | 1146,94  | 1129,70 | 1164,17 | 8,696              |
| 20              | 1143,76  | 1126,51 | 1161,02 | 8,706              |

Получив прогнозные значения индекса MICEXVMI на период с 7 по 20 октября 2015 г., можно рассчитать ожидаемую доходность и риск рынка, %:

- математическое ожидание (доходность)  $r = -0,09$ ;
- стандартное (среднеквадратическое) отклонение (риск)  $\sigma = 0,25$ .

Очевидно, что на «падающем» рынке доходность отрицательная. Тем не менее, анализируя прогнозируемый тренд, можно выделить периоды «роста» и «падения». При правильной стратегии входа в акции и выхода из них возможно получить более высокую доходность, если инвестировать в ценные бумаги во время «роста», а выходить – на этапе «падения». Существуют и другие способы получения доходности на «падающем» рынке, например «короткие» продажи (short selling). При инвестировании на повышающейся цене доходность и риск индекса для периода роста с 10 по 30 сентября 2015 г. составили, %:

- $r = 3,02$ ;
- $\sigma = 0,10$ .

Прогноз показал удовлетворительную погрешность, стандартная ошибка варьируется на уровне 6,5–7,2 %. На основании анализа определены ожидаемые доходность и риск индекса MICEXVMI. Предлагаемый подход приемлем для долгосрочного инвестирования, для краткосрочной перспективы результаты оказываются некорректными. В статье использована более сложная модель прогноза ожидаемой доходности рыночного индекса с применением ряда Фурье.

#### **Ссылки и примечания:**

1. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции. М., 2014. 848 с.
2. Садовникова Н.А., Дарда Е.С. Методология организации статистического наблюдения за затратами финансовых организаций : монография. Ярославль, 2013. 187 с.
3. Полную информацию см. на официальном сайте Московской биржи (<http://moex.com/ru/indices>).
4. Садовникова Н.А., Сакова О.И., Солтаханов А.У. Инвестиции в основной капитал в Российской Федерации. Методология статистического и эвристического анализа : монография. Saarbrücken, 2012. 173 с.
5. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. М., 1977. 199 с.
6. Садовникова Н.А., Шмойлова Р.А. Анализ временных рядов и прогнозирование : учебник. М., 2016. 152 с.
7. Френкель А.А. Прогнозирование производительности труда: методы и модели. М., 1989. 214 с.
8. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. М., 2002. 253 с.
9. Садовникова Н.А., Шмойлова Р.А. Указ. соч. С. 84.

## References:

1. Sharpe, W, Alexander, G & Bailey, J 2014, *Investments*, Moscow, 848 p.
2. Sadovnikova, NA & Darda, ES 2013, *The organization's methodology for statistical observation of the costs of financial institutions: a monograph*, Yaroslavl, 187 p.
3. For complete information see: On the official website of the Moscow Exchange (<http://moex.com/ru/indices>).
4. Sadovnikova, NA, Sakova, OI & Soltakhanov, AU 2012, *Investments in fixed assets in the Russian Federation. Methodology of statistical and heuristic analysis: monograph*, Saarbruecken, 173 p.
5. Chetyrkin, EM 1977, *Statistical methods of forecasting*, Moscow, 199 p.
6. Sadovnikova, NA & Shmoilova, RA 2016, *Time series analysis and forecasting: the textbook*, Moscow, 152 p.
7. Frenkel, AA 1989, *Forecasting labor productivity methods and models*, Moscow, 214 p.
8. Lukashin, YP 2002, *Adaptive methods of short-term forecasting*, Moscow, 253 p.
9. Sadovnikova, NA & Shmoilova, RA 2016, *Time series analysis and forecasting: the textbook*, Moscow, p. 84.